

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»  
ПО ГЕОЛОГИИ  
2024-2025 учебный год**

*ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА  
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 11 КЛАССА*

Задание 1 (10 баллов).

- Твердое тело из закономерно расположенных атомов и ионов в виде многогранника называется **Кристалл**
- В результате добычи больших объемов полезного ископаемого на поверхности земли образуется **Карьер**
- Бентосными организмами являются **Крабы**
- Какой минерал накапливается в россыпях? **Алмаз**

Задание 2 (10 баллов).

- Исходная горная порода, из которой образуется метаморфическая порода называется **Протолит**
- Какая горная порода является метаморфической? **Роговик**
- Для какой горной породы характерна оолитовая структура? **Боксит**
- Эвапоритами являются **Соленосные породы**

Задание 3 (10 баллов).

- На какой территории России известно месторождение хрома? **Пермский край**
- На какой территории России известны месторождения бокситов? **Урал**
- На какой территории России известны крупные месторождения платины?  
**Красноярский край**
- На какой территории России известны крупные месторождения нефти? **Ханты-Мансийской автономный округ**

Задание 4 (10 баллов).

- Какой термин лишний? **Кар**
- Какой термин лишний? **Трог**
- Какой термин лишний? **Аллювий**
- Какой термин лишний? **Кальдера**

Задание 5 (10 баллов).

На какой фотографии изображен **Трог**



На какой фотографии изображена **Дайка**



На какой фотографии изображена **Уваровит**



Из чего производят фосфорные удобрения



**Задание 6 (13 баллов).****Вариант 1.**

Территория разработки нового месторождения нефти задана на топографической карте вписанным в окружность четырехугольником ABCD: AB = 4 км, BC = 2 км. На стороне CD взята точка K так, что CK = 3 км. Окружность, проходящая через B, K и D, пересекает прямую DA в точке M, отличной от D. Найдите расстояние AM (ответ в км округлить до целых).

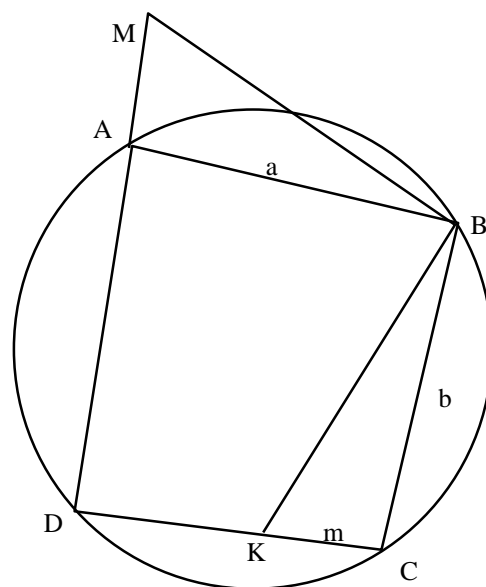
**Решение:**

Так как 4-х угольник описанный, то сумма противоположных углов в нем равна 180 градусов. То есть  $\angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$ ,  $\angle MAB + \angle DAB = 180^\circ$ . Следовательно,  $\angle MAB = \angle DCB = \angle KCB$ ;

Решение задачи следует непосредственно из подобия треугольников MAB и KCB. Из подобия треугольников:

$$\frac{AM}{KC} = \frac{AB}{BC}; \quad \frac{AM}{m} = \frac{a}{b}; \quad AM = \frac{am}{b};$$

**Ответ: 6 км.**

**Задание 6 (13 баллов).****Вариант 2.**

Территория разработки нового месторождения нефти задана на топографической карте вписанным в окружность четырехугольником ABCD: AB = 6 км, BC = 3 км. На стороне CD взята точка K так, что CK = 2 км. Окружность, проходящая через B, K и D, пересекает прямую DA в точке M, отличной от D. Найдите расстояние AM (ответ в км округлить до целых).

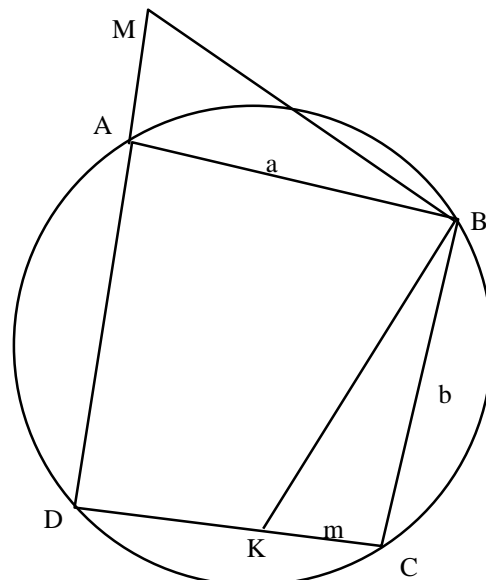
**Решение:**

Так как 4-х угольник описанный, то сумма противоположных углов в нем равна 180 градусов. То есть  $\angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$ ,  $\angle MAB + \angle DAB = 180^\circ$ . Следовательно,  $\angle MAB = \angle DCB = \angle KCB$ ;

Решение задачи следует непосредственно из подобия треугольников MAB и KCB. Из подобия треугольников:

$$\frac{AM}{KC} = \frac{AB}{BC}; \quad \frac{AM}{m} = \frac{a}{b}; \quad AM = \frac{am}{b};$$

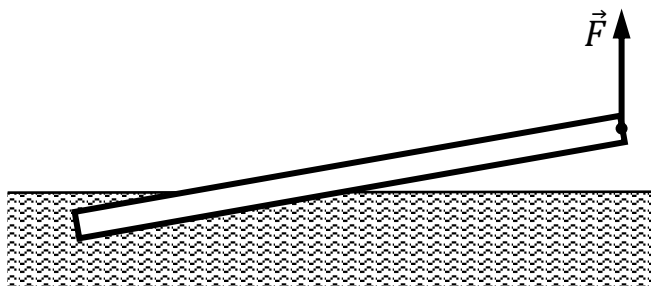
**Ответ: 9 км.**



**Задание 7 (12 баллов).****Вариант 1.**

Длинный однородный деревянный брус прямоугольного сечения плавает на поверхности воды. Масса бруса  $m = 60$  кг. К правому торцу бруса прикладывают вертикальную силу, чтобы неподвижно удерживать этот торец над водой (см. рисунок). Каков модуль этой силы?

Плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  
 плотность древесины  $\rho_1 = 640$  кг/м<sup>3</sup>,  
 ускорение свободного падения считать равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение**

Пусть площадь поперечного сечения бруса равна  $S$ , длина бруса  $L$ , длина погружённой в воду части бруса  $x$ . На брус действуют сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила Архимеда  $\vec{F}_A$  со стороны воды и приложенная сила  $\vec{F}$ . При этом

$$mg = \rho_1 L S g,$$

$$F_A = \rho_0 x S g.$$

Брус покоится, поэтому приложенные к нему силы уравнивают друг друга:

$$F + F_A - mg = 0,$$

откуда

$$F = mg - F_A = (\rho_1 L - \rho_0 x) S g.$$

Брус не вращается, поэтому равна нулю сумма моментов приложенных к нему сил относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через центр бруса – точку приложения силы тяжести:

$$F \frac{L}{2} \cos \alpha - F_A \left( \frac{L}{2} - \frac{x}{2} \right) \cos \alpha = 0,$$

откуда

$$F = F_A \left( 1 - \frac{x}{L} \right) = \rho_0 x S g \left( 1 - \frac{x}{L} \right).$$

Приравняв друг другу два выражения для  $F$ , получим уравнение для  $x$ :

$$(\rho_1 L - \rho_0 x) S g = \rho_0 x S g \left( 1 - \frac{x}{L} \right).$$

Поделив почленно на множитель  $(\rho_0 S g / L)$ , получим квадратное уравнение для  $x$ :

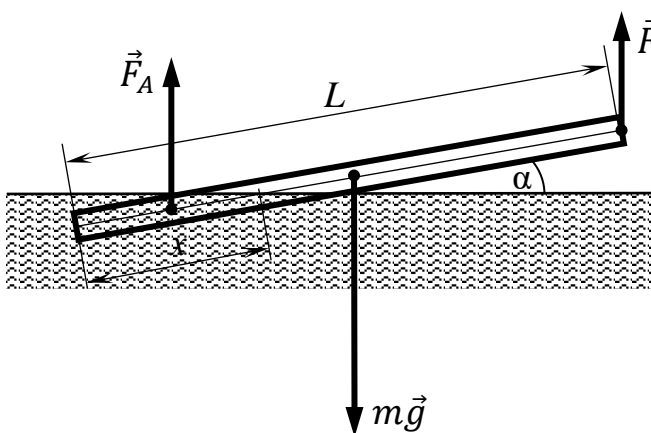
$$x^2 - 2xL + \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} \right) L^2 = 0.$$

По условию задачи  $x < L$ , поэтому выбираем меньший корень:

$$x = L \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\rho_1}{\rho_0}} \right).$$

Тогда

$$\begin{aligned} F &= (\rho_1 L - \rho_0 x) S g = \rho_1 L S g \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot \frac{x}{L} \right) = mg \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} + \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot \sqrt{1 - \frac{\rho_1}{\rho_0}} \right) = \\ &= 60 \cdot 10 \cdot \left( 1 - \frac{1000}{640} + \frac{1000}{640} \cdot \sqrt{1 - \frac{640}{1000}} \right) = 600 \cdot \left( 1 - \frac{400}{640} \right) = 225 \text{ Н.} \end{aligned}$$



Таким образом:

$$F = mg \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} + \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot \sqrt{1 - \frac{\rho_1}{\rho_0}} \right) = 225 \text{ Н.}$$

**Ответ: 225**

**Задание 7 (12 баллов).**

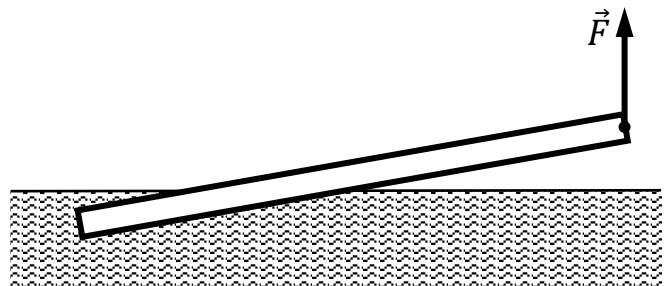
**Вариант 2.**

Длинный однородный деревянный брус прямоугольного сечения плавает на поверхности воды. Масса бруса  $m = 40$  кг. К правому торцу бруса прикладывают вертикальную силу, чтобы неподвижно удерживать этот торец над водой (см. рисунок). Каков модуль этой силы?

Плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,

плотность древесины  $\rho_1 = 640$  кг/м<sup>3</sup>,

ускорение свободного падения считать равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



Решение:

$$F = mg \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} + \frac{\rho_0}{\rho_1} \cdot \sqrt{1 - \frac{\rho_1}{\rho_0}} \right) = 150 \text{ Н.}$$

**Ответ: 150**

**Задание 8 (13 баллов).****Вариант 1.**

Скорость фильтрации подземных вод через пористую породу описывается уравнением:

$$\log_2^2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 \cdot \log_2\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) - 3 = a.$$

Найдите наименьшее значение параметра  $a$ , при каждом из которых данное уравнение имеет решение (ответ должен быть целым числом).

**Решение:**

Заметим, что аргумент второго логарифма – полный квадрат аргумента первого. Делаем замену  $t = \log_2\left(x + \frac{1}{x}\right)$ , получаем задачу на минимизацию значения квадратного трехчлена  $g(t) = t^2 - 4t - 3$  на множестве  $t \geq 1$ . Условие  $t \geq 1$  возникает из-за того, что логарифм по основанию 2 берется от суммы двух положительных взаимно обратных чисел, которая всегда больше или равна 2. Переменная  $x$  положительное число, поскольку она по условию задачи имеет смысл скорости фильтрации подземных вод.

Находим далее абсциссу вершины  $t = 2 \geq 1$ . Значит, минимальное значение  $g(p)$ , т.е. искомое значение параметра  $a$  равно  $-(2)^2 - 3 = -7$ .

**Ответ: -7**

**Задание 8 (13 баллов).****Вариант 2.**

Скорость фильтрации подземных вод через пористую породу описывается уравнением:

$$\log_2^2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 4 \cdot \log_2\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) - 3 = a.$$

Найдите наименьшее значение параметра  $a$ , при каждом из которых данное уравнение имеет решение (ответ должен быть целым числом).

**Решение:**

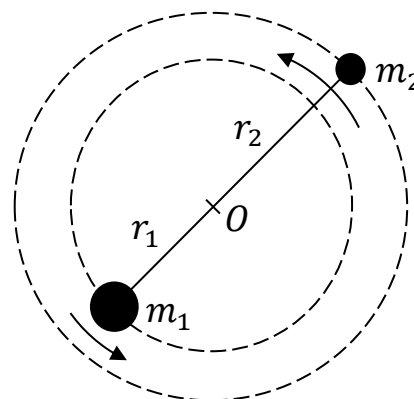
Заметим, что аргумент второго логарифма – полный квадрат аргумента первого. Делаем замену  $t = \log_2\left(x + \frac{1}{x}\right)$ , получаем задачу на минимизацию значения квадратного трехчлена  $g(t) = t^2 - 8t - 3$  на множестве  $t \geq 1$ . Условие  $t \geq 1$  возникает из-за того, что логарифм по основанию 2 берется от суммы двух положительных взаимно обратных чисел, которая всегда больше или равна 2. Переменная  $x$  положительное число, поскольку она по условию задачи имеет смысл скорости фильтрации подземных вод.

Находим абсциссу вершины  $t = 4 \geq 1$ . Значит, минимальное значение  $g(p)$ , т.е. искомое значение параметра  $a$  равно  $-(4)^2 - 3$ .

**Ответ: -19.**

**Задание 9 (12 баллов).****Вариант 1.**

Звёздная система состоит из двух звёзд, обращающихся относительно их центра масс  $O$  по концентрическим окружностям (см. рисунок). Известно расстояние  $R = 100$  млн. км между звёздами и период обращения каждой звезды по орбите  $T = 365$  дней. Чему равно отношение суммарной массы звёздной системы к массе Солнца? Ответ округлите до десятых.



Масса Солнца  $M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30}$  кг.

Гравитационная постоянная  $G = 6.7 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>.

**Решение**

Из условия задачи следует, что взаимное расположение звёзд при их движении остаётся неизменным, так как относительно наблюдателя на Земле они движутся с одинаковой угловой скоростью  $\omega = 2\pi/T$ . Пусть первая звезда имеет массу  $m_1$  и движется по круговой орбите радиусом  $r_1$ , а вторая звезда имеет массу  $m_2$  и движется по круговой орбите радиусом  $r_2$ . По закону всемирного тяготения звёзды взаимодействуют друг с другом силами, модуль которых

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

где  $R = r_1 + r_2$ .

Эти силы вызывают центростремительное ускорение звёзд. По второму закону Ньютона

$$m_1 \omega^2 r_1 = G \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

$$m_2 \omega^2 r_2 = G \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

откуда

$$\omega^2 r_1 = G \frac{m_2}{R^2},$$

$$\omega^2 r_2 = G \frac{m_1}{R^2}.$$

Сложив почленно последние два равенства, получим:

$$\omega^2 (r_1 + r_2) = G \frac{(m_1 + m_2)}{R^2}.$$

Отсюда, учитывая, что  $r_1 + r_2 = R$ , угловая скорость движения звёзд  $\omega = 2\pi/T$ , а суммарная масса звёздной системы  $M = m_1 + m_2$ , получим:

$$M = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R^3}{G} = \frac{4\pi^2 \cdot (10^{11})^3}{(365 \cdot 24 \cdot 3600)^2 \cdot 6.7 \cdot 10^{-11}} = \frac{4\pi^2 \cdot 10^{30}}{3.1536^2 \cdot 6.7} \approx 0.59 \cdot 10^{30} \text{ кг.}$$

Искомое отношение

$$\frac{M}{M_{\odot}} \approx \frac{0.59 \cdot 10^{30}}{1.99 \cdot 10^{30}} \approx 0.3.$$

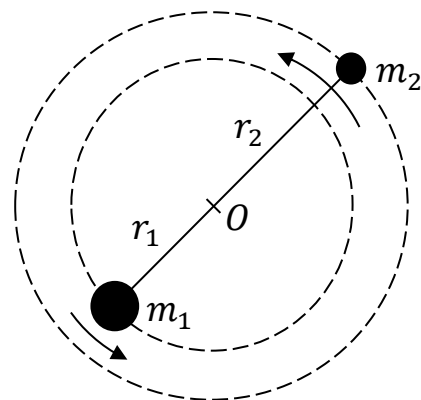
**Ответ: 0.3**

**Задание 9 (12 баллов).****Вариант 2.**

Звёздная система состоит из двух звёзд, обращающихся относительно их центра масс  $O$  по концентрическим окружностям (см. рисунок). Известно расстояние  $R = 200$  млн. км между звёздами и период обращения каждой звезды по орбите  $T = 365$  дней. Чему равно отношение суммарной массы звёздной системы к массе Солнца? Ответ округлите до десятых.

Масса Солнца  $M_{\odot} = 1.99 \cdot 10^{30}$  кг.

Гравитационная постоянная  $G = 6.7 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>.



**Решение:**

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R^3}{GM_{\odot}} \approx 2,4.$$

**Ответ: 2.4**